

Mehr Informationen zu Fließeigenschaften und Anwendungen finden Sie im Buch

## **Pulver und Schüttgüter – Fließeigenschaften und Handhabung**

von Dietmar Schulze

4. Auflage 2019, erschienen bei Springer  
(Link: <https://www.springer.com/de/book/9783662587751>)



# **Fließeigenschaften von Pulvern und Schüttgütern**

Dietmar Schulze<sup>1</sup>

*Um Pulver oder Schüttgüter hinsichtlich ihres Fließverhaltens zu optimieren oder zu vergleichen oder Trichter und Silos auszulegen, ist die Kenntnis der mechanischen Eigenschaften der Schüttgüter – der sogenannten Fließeigenschaften – notwendig. Der vorliegende Aufsatz beschreibt, welche physikalischen Größen das Fließverhalten eines Schüttgutes beschreiben und wie diese Größen zu messen sind.*

## **1 Einführung**

Das Verhalten eines Schüttgutes lässt sich – im Gegensatz zu reinen Flüssigkeiten – nicht allein mit der Angabe der stofflichen Zusammensetzung beschreiben. Das wird schon daran deutlich, dass es neben der chemischen Zusammensetzung eine Fülle von zusätzlichen Größen gibt, die die Fließeigenschaften eines Schüttgutes beeinflussen. Einige dieser kaum vollständig zu erfassenden Größen sind z.B.:

- Partikelgrößenverteilung,
- Partikelform,
- chemische Zusammensetzung der Partikeln,
- Feuchtigkeit,
- Temperatur.

Weiterhin spielt neben der Zusammensetzung des Schüttgutes der aktuelle Verfestigungszustand eine wichtige Rolle. So verhält sich ein Schüttgut im fluidisierten Zustand (z.B. in einem Fließbett) wie eine Flüssigkeit und im kompaktierten Zustand (z.B. Tablette, Brikett) wie ein Festkörper. Beim Lagern und Fördern von Schüttgütern liegen in der Regel Zustände zwischen diesen Extremen vor: Hier handelt es sich meist um lose bis leicht verdichtete Schüttgüter, deren für die Lagerung und Förderung relevante mechanische Eigenschaften im Folgenden beschrieben werden.

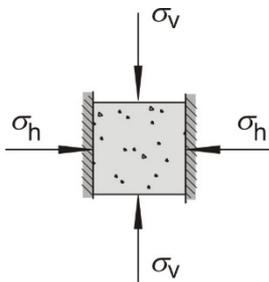
<sup>1</sup> Prof. Dr. Dietmar Schulze, Dr. Dietmar Schulze GmbH, Wolfenbüttel, Germany.  
E-Mail: [mail@dietmar-schulze.de](mailto:mail@dietmar-schulze.de), Internet: [www.dietmar-schulze.de](http://www.dietmar-schulze.de)

## 2 Spannungen

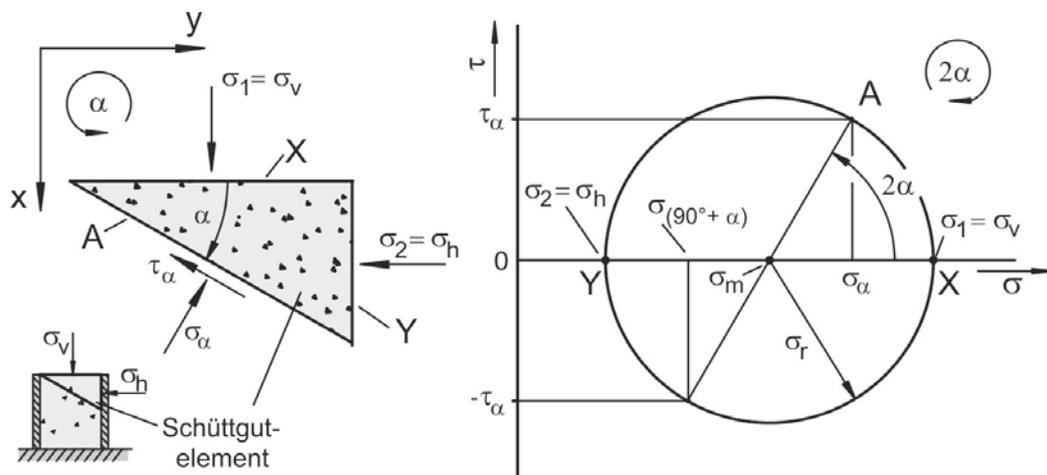
Bild 1 zeigt ein Schüttgutelement in einem mit Schüttgut gefüllten Behälter (Tiefe unendlich, Innenwände als reibungsfrei angenommen). In vertikaler Richtung wirkt auf das Schüttgutelement die Druckspannung  $\sigma_v$ . Druckspannungen werden in der Schüttgutmechanik im Gegensatz zur klassischen Mechanik als positive Spannungen definiert. Aufgrund der vertikalen Spannung stellt sich im Schüttgut in der horizontalen Richtung die Spannung  $\sigma_h$  ein. Das Verhältnis der Spannungen  $\sigma_v$  und  $\sigma_h$  ist als Horizontallastverhältnis  $K$  (auch:  $\lambda$ ) definiert:

$$K = \sigma_h / \sigma_v \quad (1)$$

Typische Werte von  $K$  liegen für locker gepackte Schüttgüter (z.B. in einem Silo) in der Regel zwischen 0,3 und 0,6 [1].



**Bild 1:** Schüttgutelement



**Bild 2:** Kräftegleichgewicht am Schüttgutelement, Mohrscher Spannungskreis

An der Schüttgutoberseite und -unterseite im Bild 1 und auch an den reibungsfrei angenommenen Wänden des Behälters wirken keine Schubspannungen. Anhand eines einfachen Kräftegleichgewichtes an einem Volumenelement mit dreieckigem Querschnitt, das aus dem im Bild 1 gezeigten Schüttgutelement herausgeschnitten wurde (Bild 2, links), lassen sich die Normalspannung  $\sigma_\alpha$  und die Schubspannung  $\tau_\alpha$  in der um den Winkel  $\alpha$  geneigten Fläche berechnen:

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_v + \sigma_h}{2} + \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2} \cos(2\alpha) \quad (2)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2} \sin(2\alpha) \quad (3)$$

Die Wertepaare  $(\sigma_\alpha, \tau_\alpha)$  der Gl. (2) und (3) bilden in einem  $\sigma, \tau$ -Diagramm (Normalspannungs-Schubspannungs-Diagramm) einen Kreis. Dieser heißt „Mohrscher Spannungskreis“ (Bild 2, rechts). Sein Mittelpunkt liegt immer auf der Normalspannungssachse bei der Spannung

$$\sigma_m = (\sigma_h + \sigma_v)/2 \quad (4)$$

Sein Radius beträgt

$$\sigma_r = |\sigma_h - \sigma_v|/2 \quad (5)$$

Der Mohrsche Spannungskreis repräsentiert die Spannungen in um beliebige Winkel  $\alpha$  geneigte Schnittflächen. Jeder Mohrsche Spannungskreis hat zwei Schnittpunkte mit der  $\sigma$ -Achse (Da die Sinusfunktion Nullstellen im Abstand  $\pi$  hat, wird  $\tau_\alpha$  in Gl.(3) zu null für  $\alpha$  und  $(\alpha + \pi/2)$ ). Diese Schnittpunkte kennzeichnen die zwei Schnittebenen, in denen keine Schubspannungen  $\tau$  auftreten. Die in diesen Ebenen wirkenden Normalspannungen heißen Hauptspannungen, wobei die größere mit  $\sigma_1$  und die kleinere mit  $\sigma_2$  bezeichnet wird (Anmerkung: In der Mechanik wird die kleinste Hauptspannung gewöhnlich als  $\sigma_3$  bezeichnet.). Durch Angabe der beiden Hauptspannungen ist die Lage eines Mohrschen Spannungskreises eindeutig festgelegt.

Im Beispiel von Bild 1 sind die horizontale und die vertikale Ebene schubspannungsfrei ( $\tau = 0$ ) und damit sogenannte Hauptspannungsebenen. Die Vertikalspannung  $\sigma_v$  ist wegen  $\sigma_v > \sigma_h$  der Hauptspannung  $\sigma_1$  und die Horizontalspannung  $\sigma_h$  der Hauptspannung  $\sigma_2$  gleichzusetzen.

Ein wesentliches qualitatives Ergebnis der vorangegangenen Betrachtung ist, dass in einem ruhenden Schüttgut Schubspannungen wirken können. In einer ruhenden Newton'schen Flüssigkeit ist dies nicht möglich. Daher können Schüttgüter im Gegensatz zu Newton'schen Flüssigkeiten auch in Ruhe geneigte Oberflächen ausbilden. Bei Darstellung der Spannungen (Drücke) in verschiedenen Schnittebenen einer ruhenden Newton'schen Flüssigkeit im  $\sigma, \tau$ -Diagramm ergäbe sich ein Spannungskreis mit dem Radius  $\sigma_r = 0$  ergeben (s. Gl.(3): mit  $\sigma_h = \sigma_v$  folgt  $\tau_\alpha = 0$ ).

Zusammenfassend lässt sich hinsichtlich der Spannungen in einem Schüttgut aussagen:

- Ein Schüttgut kann auch in Ruhe Schubspannungen übertragen.
- In einem Schüttgut wirken in unterschiedlichen Schnittebenen unterschiedliche Spannungen.
- Spannungszustände lassen sich mit Hilfe Mohrscher Spannungskreise darstellen.

### 3 Haftkräfte

Die Fließfähigkeit eines Schüttgutes wird von den Haftkräften zwischen den einzelnen Partikeln bestimmt. Haftkräfte können auf verschiedenen Mechanismen beruhen [2]. Bei feinkörnigen, trockenen Schüttgütern spielen die Adhäsionskräfte aufgrund von van-der-Waalschen Wechselwirkungen eine wesentliche Rolle. Bei feuchten Schüttgütern sind vor allem Flüssigkeitsbrücken zwischen den Partikeln maßgeblich. Flüssigkeitsbrücken nennt man Ansammlungen von Flüssigkeit niedriger Viskosität im Kontaktbereich der Partikeln. Aufgrund der Oberflächenspannung der Flüssigkeit werden die Partikeln angezogen. Zusätzlich stellt sich in der Flüssigkeit ein Kapillardruck ein. Ist dieser kleiner als der Umgebungsdruck (kapillarer Unterdruck), so ergibt sich hieraus eine zusätzliche Haftkraft.

Beide genannten Haftkräfte sind von der Partikelgröße und vom Abstand zwischen den Partikeln abhängig.

Manche Schüttgüter verfestigen sich zunehmend, wenn sie längere Zeit ohne Bewegung unter einer Druckspannung gelagert werden. Dieser Effekt heißt Zeitverfestigung, auch das Wort „Caking“ wird verwendet. Zeitverfestigung beruht ebenfalls auf Haftkräften. Einige bekannte Mechanismen sind:

- Viskoplastische Verformung der Partikelkontakte, was zu einer Erhöhung der Haftkräfte durch Annäherung der Partikeln und Vergrößerung der Kontaktflächen führt.
- Festkörperbrücken infolge von aus Lösungen auskristallisierenden Feststoffen beim Trocknen von Schüttgütern [2] (z.B. Sand und salzhaltiges Seewasser).
- Festkörperbrücken aus dem Partikelmaterial selbst, z.B. nach dem Anlösen an den Kontaktstellen infolge von Feuchte (z.B. durch Adsorption aus der Atmosphäre aufgenommen) und anschließender Entfeuchtung z.B. durch Diffusion der Feuchte in das Partikelinnere [2, 3] (z.B. Kristallzucker mit geringer Feuchtigkeit, Salz).
- Sinterbrücken bei Lagerung bei Temperaturen nicht weit unter dem Schmelzpunkt [2] (kann z.B. bei Kunststoffen mit niedrigem Schmelzpunkt schon bei Umgebungstemperatur auftreten).
- Chemische Prozesse (chemische Reaktionen an den Partikelkontakten)
- Biologische Prozesse (z.B. Pilzwachstum bei biologisch aktiven Inhaltsstoffen führt zu einer Vernetzung der Partikeln).

Ob ein Schüttgut gut oder schlecht fließt, hängt vom Verhältnis der Haftkräfte zu den übrigen auf das Schüttgut einwirkenden Kräften ab. Man kann zeigen, dass sich die Haftkräfte umso stärker auf das Fließverhalten auswirken, desto kleiner die Partikeln sind. Daher fließt ein Schüttgut mit abnehmender Partikelgröße in der Regel immer schlechter. Daher werden feinkörnige Pulver bzw. Schüttgüter mit durch Haftkräfte bedingtem mäßigen oder schlechten Fließverhalten auch als „kohäsiv“ bezeichnet.

Werden Partikel durch äußere Kräfte gegeneinandergedrückt, nimmt die zwischen den Partikeln wirkende Druckkraft zu. Die Partikeln nähern sich aneinander an und verformen sich im Kontaktbereich u.U. auch plastisch, so dass sich die Kontaktflächen vergrößern. Durch beide Mechanismen nehmen die Haftkräfte zu. So wird die Haftkraft durch eine von außen auf die Partikel einwirkende Druckkraft erhöht, was z.B. beim Herstellen von Tabletten oder Briketts ausgenutzt wird.

Die Beeinflussung der Haftkräfte zwischen den Partikeln durch von außen einwirkende Kräfte ist ein wesentliches Kennzeichen der kohäsiven Schüttgüter. Das Verhalten dieser Schüttgüter muss also stets in Abhängigkeit der vorangegangenen Belastung - der sogenannten Vorgeschichte - betrachtet werden. Eine solche Vorgeschichte ist z.B. die einem Schüttgut aufgeprägte Verfestigungsspannung, die zu bestimmten Haftkräften und damit zu einer bestimmten Festigkeit des Schüttgutes führt (z.B. bestimmt die Spannung, mit der eine Tablette gepresst wurde, deren Festigkeit).

## 4 Fließfähigkeit

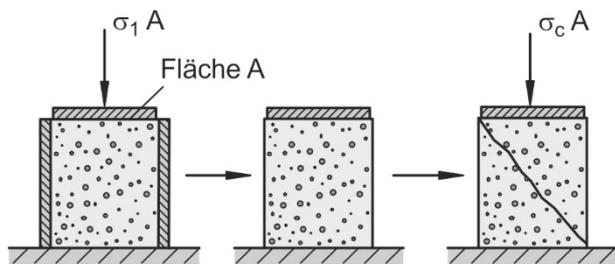
### 4.1 Einachsiger Druckversuch als Modell

Mit dem Begriff „gutes Fließverhalten“ wird im Allgemeinen ausgedrückt, dass ein Schüttgut ohne Aufwand zum Fließen zu bringen ist, z.B. wenn es allein aufgrund der Schwerkraft aus einem Silo oder Trichter ausfließt und sich nicht verfestigt. Als „schlecht fließend“ werden Produkte bezeichnet, die zu Auslaufstörungen führen oder sich während Lagerung und Transport verfestigen. Eine quantitative Aussage zur Fließfähigkeit ist erst dann möglich, wenn man

einen objektiven Kennwert benutzt, der diejenigen physikalischen Eigenschaften des Schüttgutes beinhaltet, die für das Fließverhalten verantwortlich sind.

Fließen bedeutet, dass sich ein Schüttgut aufgrund einer wirkenden Belastung plastisch verformt (z.B. beim Bruch einer vorher verfestigten Schüttgutprobe). Die Größe der zum Fließen notwendigen Belastung ist ein Maß für die Fließfähigkeit. Dies wird zunächst am sogenannten einachsigen Druckversuch verdeutlicht.

Bild 3 zeigt einen mit einem feinkörnigen Schüttgut gefüllten Hohlzylinder (Querschnittsfläche  $A$ ; Innenwand des Hohlzylinders als reibungsfrei angenommen). Das Schüttgut wird durch die Spannung  $\sigma_1$  – die Verfestigungsspannung – in vertikaler Richtung belastet. Dabei nimmt das Volumen der Schüttgutprobe etwas ab, und zwar umso mehr, desto verdichtbarer das Schüttgut ist.



**Bild 3:** Einachsiger Druckversuch

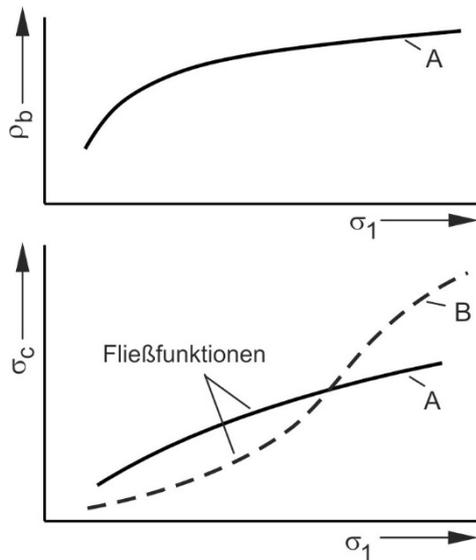
Neben der Dichtezunahme wird man durch die Verfestigungsspannung auch eine Zunahme der Festigkeit der Schüttgutprobe feststellen. Die Schüttgutprobe wird also durch die Wirkung der Verfestigungsspannung sowohl verdichtet als auch verfestigt.

Nach der Verfestigung wird die Verfestigungsspannung weggenommen und der Hohlzylinder entfernt. Setzt man die verfestigte zylindrische Schüttgutprobe anschließend einer zunehmenden vertikalen Druckspannung aus, so wird es bei einer bestimmten Spannung zum Bruch der Probe kommen. Diese zum Erzielen des Bruchs notwendige Spannung heißt Druckfestigkeit bzw. Schüttgutfestigkeit  $\sigma_c$  (eine andere gebräuchliche, auch von Jenike [4] benutzte Bezeichnung ist  $f_c$ ).

Der Bruchvorgang heißt in der Schüttguttechnik „beginnendes Fließen“, denn eine zunächst feste Probe wird zum Fließen gebracht. Im Bereich der Bruchfläche lockert sich das Schüttgut dabei auf, da sich die Abstände zwischen einzelnen Partikeln vergrößern. Beim beginnenden Fließen handelt es sich also um plastisches Fließen unter Dichteabnahme. Da der Bruch erst bei einer bestimmten Vertikalspannung, die gleich der Druckfestigkeit ist, eintritt, existiert also eine schüttgutspezifische Fließgrenze. Erst wenn diese Fließgrenze erreicht wird, beginnt das Schüttgut zu fließen.

Die Fließgrenzen von vielen (z.B. metallischen) Werkstoffen sind stoffabhängig und können aus Tabellen entnommen werden. Die Fließgrenze eines Schüttgutes ist dagegen auch von seiner „Vorgeschichte“, der vorangegangenen Verfestigung, abhängig: Umso größer die Verfestigungsspannung  $\sigma_1$  ist, desto größer sind Schüttguldichte  $\rho_b$  und Schüttgutfestigkeit  $\sigma_c$ .

Mehrere Messungen entsprechend dem Versuch von Bild 3 bei unterschiedlichen Verfestigungsspannungen  $\sigma_1$  ergeben mehrere Wertepaare  $(\sigma_c, \sigma_1)$  und  $(\rho_b, \sigma_1)$ . Trägt man diese Punkte in jeweils ein  $\sigma_c, \sigma_1$ -Diagramm und ein  $\rho_b, \sigma_1$ -Diagramm ein und zeichnet in jedem Diagramm einen Kurvenzug durch die Messpunkte, so findet man in der Regel Kurvenverläufe wie für Produkt A im Bild 4. Es ergibt sich also meistens ein typischer Anstieg von Schüttguldichte  $\rho_b$  und Schüttgutfestigkeit  $\sigma_c$  mit der Verfestigungsspannung  $\sigma_1$ . Selten wird ein progressiv steigender Verlauf  $\sigma_c(\sigma_1)$  entsprechend Kurve B beobachtet. Der Kurvenverlauf  $\sigma_c(\sigma_1)$  heißt Fließfunktion.

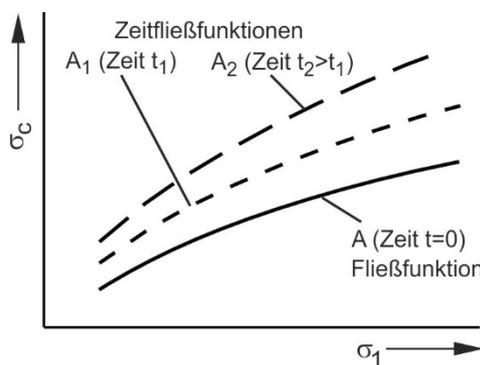


**Bild 4:** Schüttgutedichte und Schüttgutfestigkeit in Abhängigkeit von der Verfestigungsspannung

## 4.2 Zeitverfestigung

Manche Schüttgüter neigen dazu, sich zu verfestigen, wenn sie längere Zeit in Ruhe unter Druckspannungen (z.B. im Silo oder IBC) gelagert werden. Diesen Effekt bezeichnet man als Zeitverfestigung. Auch die Zeitverfestigung lässt sich mit Hilfe des Versuchs von Bild 3 bestimmen, indem man die Verhältnisse bei der Langzeitlagerung z.B. in einem Silo simuliert. Dazu lässt man die Verfestigungsspannung  $\sigma_1$  nicht nur kurzzeitig, sondern über eine definierte Zeitspanne  $t_1$  auf die Schüttgutprobe einwirken. Erst danach wird die Schüttgutfestigkeit nach dem oben erläuterten Prinzip bestimmt (rechte Seite von Bild 3).

Im Bild 5 sind für das Schüttgut A neben der Fließfunktion  $\sigma_c(\sigma_1)$  aus Bild 4 (Werte ohne Zeitverfestigung, also für Lagerzeit  $t = 0$ ) beispielhafte Verläufe  $\sigma_c(\sigma_1)$  für Lagerzeiten  $t > 0$  eingetragen (Kurven  $A_1$ ,  $A_2$ ). Die für Lagerzeiten  $t > 0$  gezeichneten Kurven  $\sigma_c(\sigma_1)$  heißen Zeitfließfunktionen. Auch hier entsteht jede Kurve aus der Verbindung mehrerer Wertepaare  $(\sigma_c, \sigma_1)$ , die bei jeweils gleicher Lagerzeit  $t$ , aber unterschiedlichen Verfestigungsspannungen  $\sigma_1$  gemessen wurden.



**Bild 5:** Fließfunktion und Zeitfließfunktionen

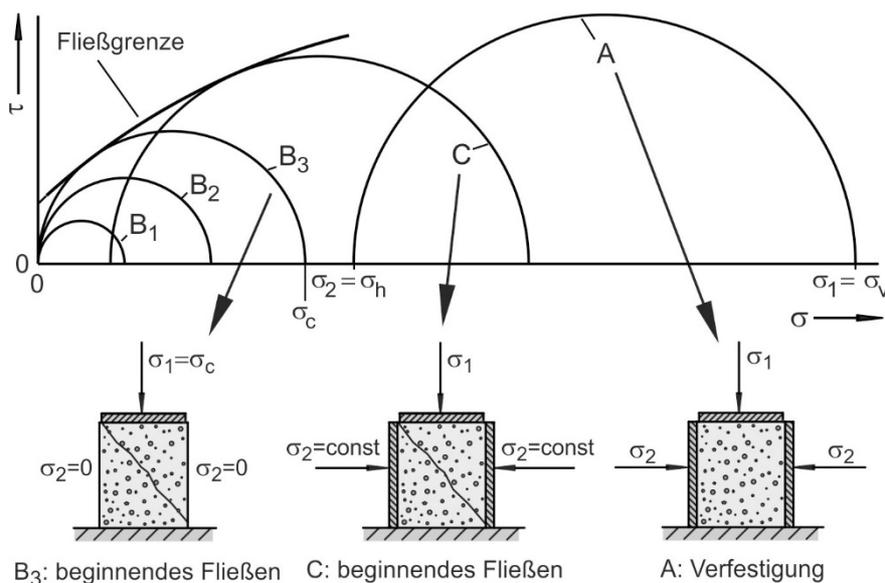
Für das Beispiel des Schüttgutes A ergeben sich mit zunehmender Lagerzeit immer größere Schüttgutfestigkeiten  $\sigma_c$ . Dies muss nicht grundsätzlich immer so sein. Es gibt Schüttgüter, die keine oder nur eine sehr geringe Zeitverfestigung aufweisen, d.h.  $\sigma_c$  nimmt mit zunehmender Lagerzeit nicht nennenswert zu (z.B. trockener Quarzsand). Andere Schüttgüter zeigen schon nach Lagerzeiten von wenigen Stunden einen großen Anstieg der Schüttgutfestigkeit, bei

längeren Lagerzeiten aber dann keine weitere Zunahme der Schüttgutfestigkeit mehr. Diese Unterschiede beruhen auf den unterschiedlichen physikalischen, chemischen oder biologischen Effekten, die die Zeitverfestigung bewirken, z.B. chemische Prozesse, Kristallbildung zwischen den Partikeln, Vergrößerung der Kontaktflächen durch plastisches Fließen der Partikeln, Kapillarkondensation oder biologische Prozesse wie z.B. Pilzwachstum (s. Abschnitt 2.5).

Bei der Messung der Zeitverfestigung ist kein „Zeitraffer“ möglich, d.h., eine Schüttgutprobe muss über genau die Zeitspanne, über die eine Aussage benötigt wird, unter der Verfestigungsspannung  $\sigma_1$  gelagert werden. Ohne eine entsprechende Messung kann keine Aussage zur Zeitverfestigung gemacht werden.

### 4.3 Fließgrenze und Mohrsche Spannungskreise

Der im Bild 3 gezeigte einachsige Druckversuch wird nun in einem  $\sigma, \tau$ -Diagramm (Bild 6) betrachtet. Unter Vernachlässigung der Gewichtskraft des Schüttgutes und unter der Annahme, dass zwischen der Wand des Hohlzylinders und dem Schüttgut keine Reibung herrscht, sind sowohl die Vertikalspannungen als auch die Horizontalspannungen in der gesamten Schüttgutprobe gleich. Damit liegt in der Schüttgutprobe an jeder Stelle der gleiche Spannungszustand vor, der mit einem Mohrschen Spannungskreis beschrieben werden kann.



**Bild 6:** Messung der Druckfestigkeit im  $\sigma, \tau$ -Diagramm

Während der Verfestigung wirkt von oben die Normalspannung  $\sigma_1$  auf die Schüttgutprobe. Senkrecht zu dieser Spannung stellt sich eine kleinere Horizontalspannung  $\sigma_2$  entsprechend des Horizontallastverhältnisses  $K$  bzw.  $\lambda$  ein (s. Abschnitt 2). Da weder an der Ober- und Unterseite der Probe noch an der als reibungsfrei angenommenen Wand des Hohlzylinders Schubspannungen wirken ( $\tau = 0$ ), bilden die Wertepaare von Vertikal- und Horizontalspannung Hauptspannungen (s. Abschnitt 2). Daher bilden beide Wertepaare ( $\sigma, \tau$ ) für vertikale und horizontale Schnittebenen der Schüttgutprobe im  $\sigma, \tau$ -Diagramm (Bild 6) Punkte auf der  $\sigma$ -Achse (wegen  $\tau = 0$ ). Damit ist der Spannungskreis, der die Spannungen in der Schüttgutprobe bei der Verfestigung beschreibt, durch diese zwei Punkte eindeutig bestimmt (denn jeder Spannungskreis hat genau zwei Schnittpunkte mit der  $\sigma$ -Achse, und dies sind die Hauptspannungen). Der für die Verfestigung maßgebliche Spannungskreis ist im Bild 6 eingezeichnet (Spannungskreis A).

Im zweiten Teil des im Bild 3 gezeigten Versuchs wird die Schüttgutprobe nach der Wegnahme der Verfestigungsspannung und dem Entfernen des Hohlzylinders mit einer

ansteigenden Vertikalspannung belastet. Auch hier sind die Horizontal- und Vertikalspannung wieder Hauptspannungen. Die Horizontalspannung ist unabhängig von der vertikalen Belastung gleich null, da die Seitenwände der Probe unbedeckt und unbelastet sind.

Während der ansteigenden vertikalen Belastung der Schüttgutprobe werden Spannungskreise mit zunehmendem Durchmesser durchlaufen (Spannungskreise  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  im Bild 6). Die kleinere Hauptspannung, die gleich der Horizontalspannung ist, ist bei allen Spannungskreisen jeweils gleich null.

Zum Zeitpunkt des Bruchs wirkt in der Schüttgutprobe der Spannungskreis  $B_3$ . Da die Belastung der Probe entsprechend dieses Spannungskreises zum Fließen führt, muss in irgendeiner Schnittebene die Fließgrenze des Schüttgutes erreicht worden sein. Der Spannungskreis  $B_3$  muss demnach die Fließgrenze berühren. Im Bild 6 ist eine mögliche Fließgrenze eingezeichnet. Der tatsächliche Verlauf der Fließgrenze kann aber allein mit Hilfe des einachsigen Druckversuchs nicht bestimmt werden.

Die Spannungskreise  $B_1$  und  $B_2$ , die unterhalb der Fließgrenze liegen, bewirken nur eine elastische Verformung der Schüttgutprobe, aber keinen Bruch bzw. kein Fließen. Spannungskreise, die größer als Spannungskreis  $B_3$  sind und damit zum Teil oberhalb der Fließgrenze liegen, sind nicht möglich: Die Probe würde bereits bei Erreichen der Fließgrenze fließen (brechen), so dass keine größere Belastung auf die Probe aufgebracht werden könnte.

Würde man während des zweiten Teils des im Bild 3 gezeigten Experimentes (Messung der Druckfestigkeit) außer der Vertikalspannung auch eine Horizontalspannung größer null (also  $\sigma_2 > 0$ ) auf die Probe aufprägen, so würde man ebenfalls Spannungskreise finden, die den Bruch der Probe hervorrufen und die Fließgrenze tangieren (z.B. Spannungskreis C und zugehörigen Versuchsaufbau im Bild 6). Die Fließgrenze ist Einhüllende aller Spannungskreise, die zum Fließen einer Schüttgutprobe führen.

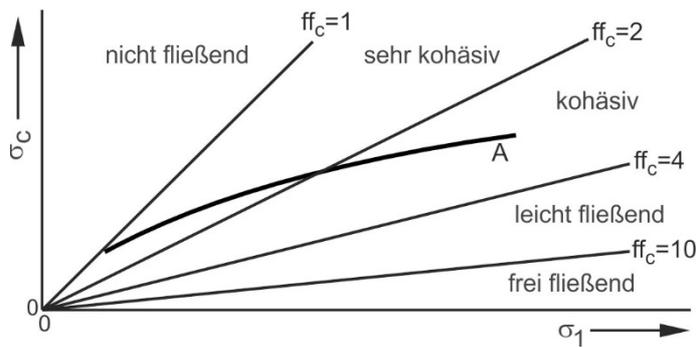
#### 4.4 Kennzahlen zur Charakterisierung der Fließfähigkeit

Die Fließfähigkeit eines Schüttgutes wird im Wesentlichen durch die Schüttgutfestigkeit  $\sigma_c$  in Abhängigkeit von der Verfestigungsspannung  $\sigma_1$  und der Lagerzeit gekennzeichnet. Als charakteristische Kennzahl der Fließfähigkeit wird üblicherweise das Verhältnis  $ff_c$  von Verfestigungsspannung  $\sigma_1$  zu Schüttgutfestigkeit  $\sigma_c$  benutzt:

$$ff_c = \frac{\sigma_1}{\sigma_c} \quad (6)$$

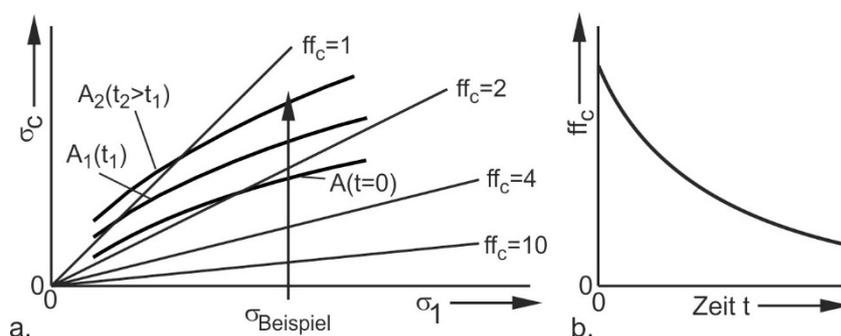
Umso größer  $ff_c$  ist, d.h. umso kleiner die Schüttgutfestigkeit im Verhältnis zur Verfestigungsspannung ist, desto besser fließt ein Schüttgut. In Erweiterung der Einteilung von Jenike [4] kann man das Fließverhalten wie folgt mit Worten charakterisieren:

$ff_c < 1$	nicht fließend
$1 < ff_c < 2$	sehr kohäsiv
$2 < ff_c < 4$	kohäsiv
$4 < ff_c < 10$	leicht fließend
$10 < ff_c$	frei fließend


**Bild 7:** Bereiche unterschiedlicher Fließfähigkeit

Im Bild 7 sind die Fließfunktion A aus dem  $\sigma_c, \sigma_1$ -Diagramm von Bild 4 sowie die Grenzen der Bereiche eingezeichnet, die sich aus der oben angegebenen Einteilung nach  $ff_c$ -Werten ergeben. Wie Bild 7 deutlich zeigt, ändert sich das Verhältnis  $ff_c$  mit steigender Verfestigungsspannung  $\sigma_1$  (in den meisten Fällen nimmt es zu wie bei Schüttgut A). Je nachdem, bei welcher Verfestigungsspannung  $\sigma_1$  die Schüttgutfestigkeit  $\sigma_c$  und damit das Verhältnis  $ff_c$  bestimmt wurde, ergibt sich eine andere Beurteilung der Fließfähigkeit: Die Fließfähigkeit eines Schüttgutes ist demnach vom Spannungsniveau abhängig, und zwar wird sie bei den meisten Schüttgütern mit zunehmender Verfestigungsspannung größer (besser). Wegen der geschilderten Abhängigkeit der Fließfähigkeit von der Verfestigungsspannung ist es leider nicht möglich, die Fließfähigkeit eines Schüttgutes allein durch einen Zahlenwert zu beschreiben.

Auch aus den Ergebnissen von Zeitverfestigungsmessungen lassen sich Fließfähigkeiten nach Gl. (6) ermitteln. Dazu setzt man für die Schüttgutfestigkeit denjenigen Wert  $\sigma_c$  ein, der sich nach der entsprechenden Lagerzeit ergeben hat. Wenn das Schüttgut eine Zeitverfestigung aufweist, wird man mit zunehmender Lagerzeiten immer größere Schüttgutfestigkeiten  $\sigma_c$  messen, so dass sich aus Gl. (6) immer kleinere Fließfähigkeiten  $ff_c$  ergeben. Dies ist auch plausibel: Wenn ein Schüttgut umso fester wird, desto länger es unter einer Verfestigungsspannung gelagert wird, so wird es auch immer schlechter zum Fließen zu bringen sein, d.h., seine Fließfähigkeit verringert sich zunehmend.


**Bild 8:** Änderung der Fließfähigkeit  $ff_c$  durch Zeitverfestigung

Im Bild 5 wurden eine Fließfunktion und zwei Zeitfließfunktionen gezeigt. Die Fließfunktion ist die Abhängigkeit der Schüttgutfestigkeit  $\sigma_c$  von der Verfestigungsspannung  $\sigma_1$  ohne Zeiteinfluss, also für die Lagerzeit  $t = 0$ . Eine Zeitfließfunktion gibt die Schüttgutfestigkeit  $\sigma_c$  an, die sich nach Lagerung unter der Verfestigungsspannung  $\sigma_1$  über eine Zeitspanne  $t$  ergibt. Die Fließfunktion und Zeitfließfunktionen aus Bild 5 sind im Bild 8.a zusammen mit den Grenzen der Bereiche eingezeichnet, die sich aus der oben angegebenen Einteilung nach  $ff_c$ -Werten ergeben. An den Kurven ist zu erkennen, wie z.B. die Fließfähigkeiten  $ff_c$ , die bei der gleichen Verfestigungsspannung  $\sigma_1$ , aber unterschiedlichen Verfestigungszeiten  $t$  gemessen wurden, mit

zunehmender Verfestigungszeit  $t$  immer mehr abnehmen. Für die als Beispiel gewählte Verfestigungsspannung  $\sigma_{\text{Beispiel}}$  im Bild 8.a erhält man mit zunehmender Verfestigungszeit  $t$  Messpunkte in Bereichen immer schlechterer Fließfähigkeit (s. eingezeichneten Pfeil). Den prinzipiellen Verlauf der Fließfähigkeit  $ff_c$  mit zunehmender Lagerzeit  $t$  zeigt Bild 8.b.

Aus der Abhängigkeit der Fließfähigkeit  $ff_c$  von der Verfestigungsspannung  $\sigma_1$  folgt, dass sich das Fließverhalten mehrerer Pulver- oder Schüttgutproben anhand von  $ff_c$  nur dann quantitativ vergleichen kann, wenn alle Messungen bei der gleichen Verfestigungsspannung durchgeführt werden. Anderenfalls kann es zu völlig anderen (falschen) Aussagen kommen. Dies zeigt, wie wichtig es ist, ein Schüttgut bei definierten und bekannten Bedingungen (z.B. bekannte Verfestigungsspannung) zu untersuchen.

## 5 Praktische Ermittlung der Schüttguteigenschaften

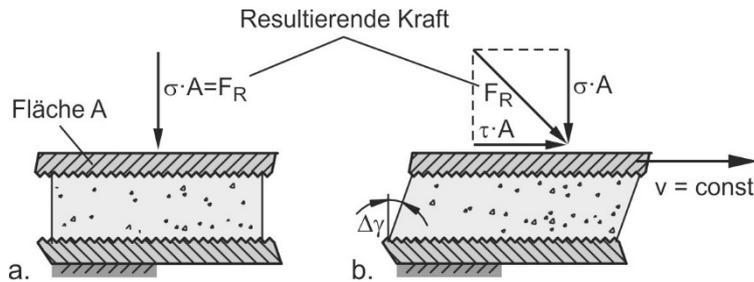
Die vereinfachte Betrachtung im vorangegangenen Abschnitt erklärt phänomenologisch die Fließgrenzen von kohäsiven Schüttgütern, wobei als Gedankenmodell der einachsige Druckversuch benutzt wurde. Der einachsige Druckversuch ist in der beschriebenen Art für feinkörnige Schüttgüter kaum zu benutzen, da sich allein aufgrund einachsiger Verdichtung in der Regel eine zu geringe Schüttgutfestigkeit – bezogen auf die Verfestigungsspannung – ergibt [5]. Außerdem ist eine reibungsfreie Wand nur mit großem Zeitaufwand zu erreichen (Wände schmieren und mit Folien bedecken) und weitere wichtige Fließeigenschaften wie z.B. die innere Reibung können nicht gemessen werden.

Daher werden in der ernsthaften Schüttguttechnik sogenannte Schergeräte benutzt. Im Folgenden wird zunächst die grundlegende Prozedur einer Messung mit dem Schergerät („Scherversuch“) dargelegt. Anschließend wird das von Jenike um 1960 vorgestellte Translationsschergerät vorgestellt (Jenike-Schergerät, das das erste speziell für Schüttgüter konstruierte Schergerät ist) [2, 4, 6, 7]. Danach folgt die Beschreibung des vom Verfasser entwickelten Ringschergerätes [8, 9–13].

### 5.1 Messprozedur (Fließort)

Das Ziel eines Scherversuchs ist die Messung der Fließgrenze eines verfestigten Pulvers oder Schüttgutes. Die Fließgrenze wird in der Schüttguttechnik als Fließort bezeichnet. Die hier beschriebene Messprozedur entspricht der von Jenike für das Translationsschergerät vorgeschlagenen Vorgehensweise [4].

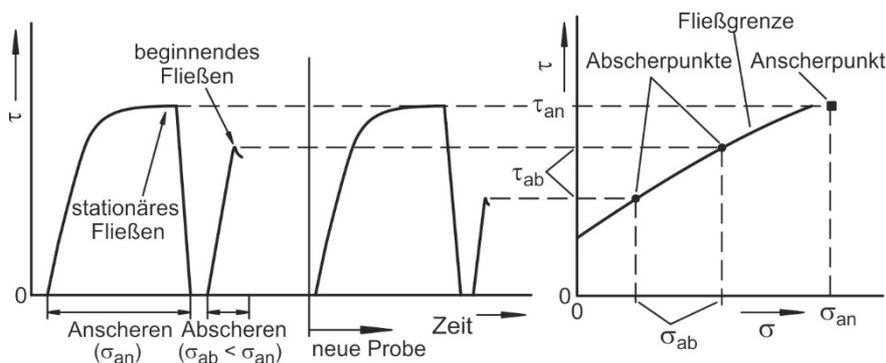
Die Messung heißt Scherversuch, weil eine Schüttgutprobe einer Scherverformung unterworfen wird. Das Prinzip einer Scherverformung zeigt Bild 9. Die Schüttgutprobe der Querschnittsfläche  $A$  wird durch eine Normalspannung  $\sigma$  in vertikaler Richtung belastet (Bild 9.a). Dann wird die Schüttgutprobe einer Scherverformung unterworfen, indem Ober- und Unterseite der Schüttgutprobe mit der Geschwindigkeit  $v$  horizontal gegeneinander verschoben werden (Bild 9.b). Die dabei aufgrund der inneren Reibung des Schüttgutes auftretende Schubspannung  $\tau$  wird gemessen. Mit zunehmender Schubspannung  $\tau$  steigt die auf die Schüttgutprobe wirkende resultierende Kraft  $F_R$ .



**Bild 9:** Schüttgutprobe: a. Belastung mit Normalspannung  $\sigma$ ; b. Scherverformung (Geschwindigkeit  $v = \text{const}$ )

Wird der Punkt eines Fließortes (Fließgrenze) gemessen, sind wie beim einachsigen Druckversuch zwei Schritte notwendig: Zuerst wird die Schüttgutprobe verfestigt, was als „Anscheren“ bezeichnet wird. Anschließend wird ein Punkt der Fließgrenze gemessen. Dieser Schritt heißt „Abscheren“.

Zum Anscheren wird die Schüttgutprobe zunächst mit der vertikalen Normalspannung  $\sigma = \sigma_{an}$  belastet (wie in Bild 9.a), dann beginnt die Scherverformung. Während des Anscherens steigt die gemessene Schubspannung  $\tau$  mit der Zeit an (Bild 10). Allmählich wird der zeitliche Anstieg der Schubspannung immer flacher, bis die Schubspannung schließlich trotz weiterer Scherverformung nicht mehr weiter ansteigt. Die so erreichte konstante Schubspannung heißt  $\tau_{an}$ . Nach Erreichen dieser konstanten Schubspannung findet keine weitere Festigkeitszunahme und Verdichtung der Probe mehr statt. Die Probe wird also bei konstanter Normalspannung  $\sigma$ , konstanter Schubspannung  $\tau$  und konstanter Schüttgutdichte  $\rho_b$  geschert. Dieser Prozess heißt stationäres Fließen. Eine Schüttgutprobe, die bis zum Erreichen des stationären Fließens geschert wurde, wird als „kritisch verfestigt bezüglich der Normalspannung  $\sigma_{an}$ “ bezeichnet [4]. Die charakteristische Spannung für diese Verfestigung – die Hauptspannung  $\sigma_1$  – wird später betrachtet.



**Bild 10:** Verlauf der Schubspannung  $\tau$  beim An- und Abscheren

Die beim stationären Fließen erreichte Schüttgutdichte  $\rho_b$  und die Schubspannung  $\tau_{an}$  beim stationären Fließen sind charakteristisch für die aufgebrauchte Normalspannung  $\sigma_{an}$ . Im Prinzip lässt sich mit Proben des gleichen Schüttgutes bei jeweils gleicher Normalspannung  $\sigma_{an}$  immer wieder der gleiche Verfestigungszustand erreichen, der durch die immer wieder gleiche Schüttgutdichte  $\rho_b$  und Schubspannung  $\tau_{an}$  gekennzeichnet ist.

Nachdem die Schüttgutprobe durch das Anscheren verfestigt wurde, wird die Probe von der Schubspannung entlastet, d.h., die Schubspannung  $\tau$  wird auf null reduziert. Das Wertepaar von Normal- und Schubspannung beim stationären Fließen ( $\sigma_{an}, \tau_{an}$ ) wird in einem Normalspannungs-Schubspannungs-Diagramm ( $\sigma, \tau$ -Diagramm) aufgetragen (Bild 10 rechts). Der durch das Wertepaar ( $\sigma_{an}, \tau_{an}$ ) festgelegte Punkt heißt Anscherpunkt.

Zum Abscheren wird zunächst die vertikal auf die Schüttgutprobe wirkende Normalspannung auf einen Wert  $\sigma < \sigma_{an}$  verringert. Die Schüttgutprobe wird dann unter einer geringeren

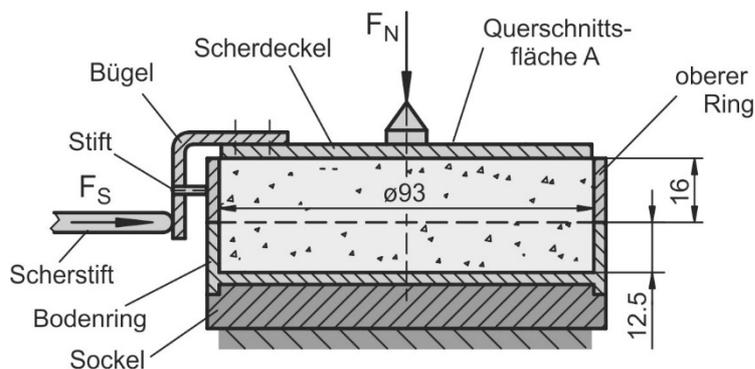
Normalspannung  $\sigma = \sigma_{ab} < \sigma_{an}$  als beim Anscheren geschert. Wäre die Schüttgutprobe nicht bei  $\sigma_{an}$ , sondern bei der jetzt wirkenden kleineren Normalspannung  $\sigma_{ab}$  angeschert worden, hätte die Schüttgutprobe eine geringere Schüttguldichte und eine geringere Festigkeit. Da die Schüttgutprobe aber vorher unter der größeren Normalspannung  $\sigma_{an}$  angeschert wurde, ist sie stärker verfestigt, als es durch Anscheren unter der kleineren Normalspannung  $\sigma_{ab}$  möglich wäre.

Beim Abscheren unter der Normalspannung  $\sigma_{ab} < \sigma_{an}$  kommt es bei einer bestimmten Schubspannung  $\tau$  zum Bruch der Probe. Die Schüttgutprobe beginnt zu fließen, was mit einer „Entfestigung“ (Dichteabnahme, Auflockerung) und entsprechender Abnahme der Schubspannung verbunden ist (Bild 10). Das Maximum im Schubspannungsverlauf kennzeichnet den Beginn des Fließens. Das zugehörige Wertepaar  $(\sigma_{ab}, \tau_{ab})$  von Normalspannung  $\sigma_{ab}$  und maximaler Schubspannung  $\tau_{ab}$  ist ein Punkt der Fließgrenze im  $\sigma, \tau$ -Diagramm (Bild 10 rechts). Ein so gemessener Punkt heißt „Abscherpunkt“.

Um den Verlauf des Fließortes zu messen, müssen mehrere der oben geschilderten Messungen durchgeführt werden, wobei Schüttgutproben jeweils bei identischer Normalspannung  $\sigma_{an}$  zuerst verfestigt werden (Anscheren), aber unter verschiedenen Normalspannungen  $\sigma_{ab} < \sigma_{an}$  abgeschert werden. Wie oben dargelegt, stellt sich durch das Anscheren bei identischer Normalspannung  $\sigma_{an}$  immer wieder der gleicher Verfestigungszustand ein. Im Bild 10 (links) sind die Verläufe der Schubspannung über der Zeit für mehrere Messungen bei jeweils gleicher Normalspannung beim Anscheren  $\sigma_{an}$  aufgezeichnet. Jede Messung liefert den gleichen Anscherpunkt  $(\sigma_{an}, \tau_{an})$  und jeweils einen Abscherpunkt  $(\sigma_{ab}, \tau_{ab})$ . Die Fließgrenze des Schüttgutes ergibt sich aus einer Kurve durch alle gemessenen Abscherpunkte (Bild 10 rechts).

## 5.2 Jenike-Schergerät

Um 1960 publizierte Jenike [4] seine grundlegenden Arbeiten zur Schüttgut- und Silotechnik. Gleichzeitig schlug er das „Jenike-Schergerät“ zum Messen der Fließeigenschaften von Schüttgütern vor. Dieses Gerät war das erste spezielle für Schüttgüter konzipierte Messgerät.



**Bild 11:** Scherzelle des Jenike-Schergerätes [4, 7]

Die Schüttgutprobe wird zur Messung in eine Scherzelle (Bild 11) eingefüllt. Die Scherzelle besteht aus einem unten geschlossenen Bodenring, einem darüber liegenden Ring gleichen Durchmessers sowie einem Deckel mit daran befestigtem Bügel. Der Deckel wird mit Hilfe von Gewichtsstücken und einer Halterung (Hänger) zentrisch mit einer Normalkraft  $F_N$  beaufschlagt. Durch das horizontale Verschieben des Deckels und des oberen Ringes gegenüber dem auf einem Sockel fixierten Bodenring wird die Schüttgutprobe einer Scherverformung unterworfen. Die zum Verschieben notwendige Kraft  $F_S$  wird über den Bügel aufgebracht und gemessen. Aus der Normalkraft  $F_N$  und der Scherkraft  $F_S$  werden die Normalspannung  $\sigma$  und die Schubspannung  $\tau$  in der Scherebene (Ebene zwischen oberem Ring und Bodenring, gestrichelte Linie) ermittelt.

Beim Jenike-Schergerät muss für jeden zu messenden Punkt eines Fließortes eine neue Schüttgutprobe benutzt werden. Jede Probe muss nach dem Einfüllen einer manuellen Vorverfestigungsprozedur unterzogen werden („Twisten“ [4]). Dann folgen das An- und Abscheren (Abschnitt 5.1).

Obwohl das Jenike-Schergerät international anerkannt ist, ist aus heutiger Sicht die für die Messung benötigte Zeit (je nach Schüttgut und Erfahrung des Bedieners ein bis zwei Stunden pro Fließort), während der ein Bediener anwesend sein muss, nachteilig. Darüber hinaus kann die manuelle Vorverfestigung jeder Probe eine Quelle für Messfehler sein, und aufgrund der begrenzten Scherverformung (maximal: doppelte Wandstärke des oberen Rings) können Schüttgüter, die eine große Scherverformung erfordern, um das stationäre Fließen zu erreichen, kaum untersucht werden.

### 5.3 Ringschergerät

Das Prinzip des Ringschergerätes wurde von Hvorslev [14] in den 1930er Jahren zur Untersuchung von Böden entwickelt. Das erste Ringschergerät speziell für Schüttgüter, die bei kleineren Spannungen als in der Bodenmechanik üblich untersucht werden müssen, stellte Walker in den 1960er Jahren vor [15]. Weitere Geräte wurden vor allem in Hochschulen für eigene Forschungszwecke gebaut [16, 17]. Diese Geräte waren aber recht schwer und nicht so umfassend anwendbar wie das Jenike-Schergerät.

Im Folgenden wird eine 1992 entwickelte modifizierte Bauart [9–11] beschrieben, die 1997 automatisiert wurde (Typ RST-01.pc, Schüttgutprobe 900 ml Volumen). Die Bauart unterscheidet sich von den früheren Geräten durch eine leichtere Konstruktion (insbesondere der Scherzelle), eine mit Deckel und Schüttgutprobe entnehmbare Scherzelle (wichtig für Zeitverfestigungsmessungen), die Möglichkeit der Wandreibungsmessung und kleinere erreichbare Spannungen. Alle Messungen können automatisch durchgeführt und ausgewertet werden. Eine kleinere Version eines automatischen Ringschergerätes gibt es seit 2002 (Typ RST-XS, später ersetzt durch Typ RST-XS.s). Mit diesen Geräten sind Probenvolumina von 3,5 ml bis 70 ml möglich (Standardvolumen ist 30 ml).

Bild 12 zeigt das Prinzip der Scherzelle des Ringschergerätes (hier: Typ RST-01.pc) [8–10, 13]. Diese besteht aus einem Bodenring, in den die Schüttgutprobe gefüllt wird, und einem ringförmigen Scherdeckel mit Querträger. Auf den Scherdeckel wird zur Einstellung der Normalspannung  $\sigma$  eine Normalkraft  $F_N$  aufgebracht wird. Zur Kompensation der Gewichtskräfte von Scherdeckel und aller mit diesem verbundenen Teile greift eine nach oben gerichtete Ausgleichskraft  $F_A$  am Querträger an.  $F_A$  wird mit Hilfe eines Gegengewichtes erzeugt.

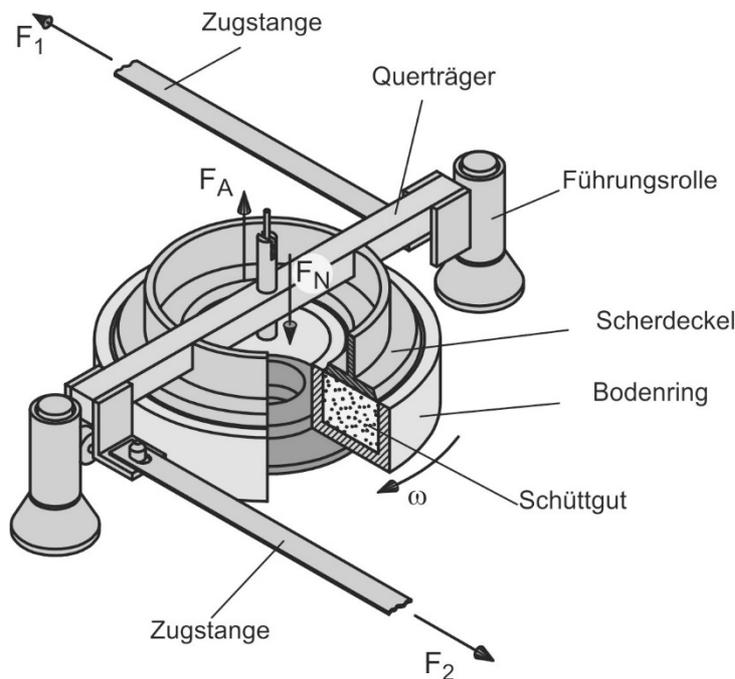
Zum Scheren der Schüttgutprobe rotiert der Bodenring langsam in Richtung  $\omega$ , während der Scherdeckel durch die zwei am Querträger eingehängten Zugstangen am Drehen gehindert wird. Die in den Zugstangen wirkenden Kräfte  $F_1$  und  $F_2$  werden gemessen.

Die Unterseite des Scherdeckels ist mit in das Schüttgut ragenden Mitnehmern versehen (oder auf andere Art rau), und der Bodenring ist ebenfalls rau. Dadurch wird das Schüttgut zur Scherverformung gezwungen, wenn der Bodenring relativ zum Scherdeckel rotiert. Aus der Scherverformung ergibt sich eine Schubspannung in Umfangsrichtung, die aus den in den Zugstangen wirkenden Kräften ( $F_1$ ,  $F_2$ ) errechnet wird.

Die vertikale Position des Scherdeckels wird erfasst, um daraus das Volumen der Schüttgutprobe zu berechnen. Da die Masse der Schüttgutprobe bekannt ist, kann so die Schüttgutedichte bestimmt werden.

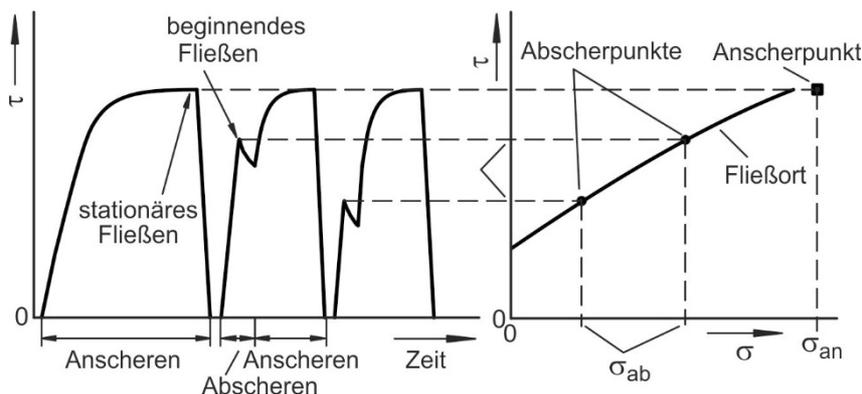
Die beiden Zugstangen fixieren zusammen mit den zwei seitlichen Führungsrollen die horizontale Position des Scherdeckels. Daher ist eine weitere Lagerung des Deckels wie bei früheren Ringschergeräten hier nicht erforderlich. Dies hat mehrere Vorteile: der Scherdeckel ist leichter und kann bei nicht homogener Füllung der Scherzelle (wie auch beim Jenike-

Schergerät) etwas kippen, was zu einer gleichmäßigeren Belastung der Schüttgutprobe führt. Außerdem kann wie beim Jenike-Schergerät die gefüllte Scherzelle mit Deckel entnommen werden kann, z.B. für eine externe Lagerung im Rahmen von Zeitverfestigungsmessungen. Schließlich entfallen im Lager auftretende Reibungskräfte, was die Messung genauer macht.



**Bild 12:** Scherzelle eines Ringschergerätes [8–10, 13]

Die Messprozedur (Bild 13) ist ähnlich zur Messprozedur des Jenike-Schergerätes (Anscheren und Abscheren, s. oben), jedoch ist die Prozedur beim Ringschergerät weniger zeitaufwendig, einfacher in der Durchführung und somit auch weniger abhängig von der Person, die das Gerät bedient. Dies im Zusammenhang mit der Gestaltung des Ringschergerätes führt zu der guten Reproduzierbarkeit im Vergleich zu anderen Messgeräten [8, 18, 20].



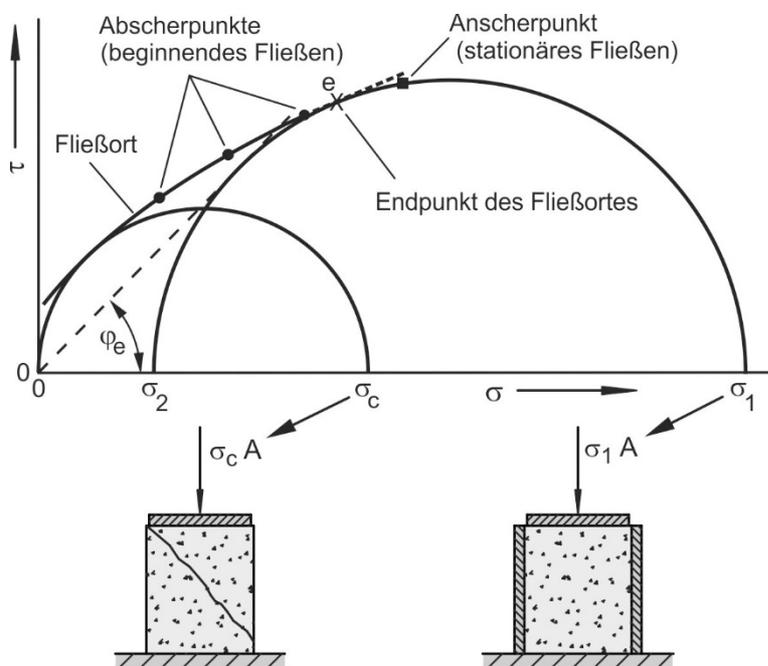
**Bild 13:** Messprozedur des Ringschergerätes nach Schulze [13]

Mit dem Ringschergerät wird normalerweise ein vollständiger Fließort mit einer Probe gemessen (im Gegensatz zum Jenike-Schergerät, bei dem nur ein Punkt mit einer Probe gemessen werden kann). Um einen weiteren Punkt des Fließortes mit derselben Probe zu messen, wird nach dem Abscheren die Normalspannung wieder auf  $\sigma_{an}$  erhöht, also auf die gleiche Normalspannung, die auch für das erste Anscheren verwendet wurde. Dann wird die Probe unter dieser normalen Spannung erneut angeschernt, bis stationäres Fließen erreicht ist. Somit wird die Probe erneut verfestigt. Nachdem die Schüttgutprobe durch Zurückdrehen des Bodenrings von der

Schubspannung entlastet wurde ( $\tau = 0$ ), wird die Normalspannung auf einen anderen Wert von  $\sigma_{ab} < \sigma_{an}$  reduziert (Bild 13). Unter dieser Spannung wird wieder abgescher, wodurch sich ein weiterer Punkt der Fließgrenze im  $\sigma, \tau$ -Diagramm ergibt. Nach dem Abscheren wird die Probe erneut angescher, dann abgescher und so weiter, bis eine ausreichende Anzahl von Punkten des Fließortes bekannt ist, so dass der Fließort gezeichnet werden kann.

## 5.4 Fließort und Fließeigenschaften

Aus einem Fließort lassen sich die Schüttguteigenschaften bestimmen (Bild 14). Die relevante Verfestigungsspannung folgt aus dem größeren der beiden eingezeichneten Spannungskreise, der tangential zum Fließort ist und durch den Anscherpunkt verläuft (gezeichnet wird üblicherweise nur der obere Halbkreis). Dieser Spannungskreis repräsentiert die Spannungen in der Schüttgutprobe beim stationären Fließen, also am Ende des Anscherens. Stark vereinfacht lässt sich sagen, dass dieser dem Spannungskreis der Verfestigungsprozedur beim einachsigen Druckversuch entspricht (Bild 3).



**Bild 14:** Fließort und Fließeigenschaften

Die Schüttgutfestigkeit  $\sigma_c$  liefert der Mohrsche Spannungskreis, der durch den Ursprung des  $\sigma, \tau$ -Diagramms ( $\sigma = 0, \tau = 0$ ) verläuft und den Fließort tangiert. Der zweite Schnittpunkt des Spannungskreises mit der  $\sigma$ -Achse ist bei der Normalspannung  $\sigma = \sigma_c$ . Dieser Spannungskreis korrespondiert mit dem Spannungskreis bei der Messung der Druckfestigkeit mit dem einachsigen Druckversuch (Spannungskreis B<sub>3</sub>, Bild 6). Im Gegensatz zum einachsigen Druckversuch wird die Druckfestigkeit  $\sigma_c$  anhand des Fließortes bestimmt und folgt nicht direkt aus der Messung.

Bitte beachten Sie, dass die Analogie zwischen dem einachsigen Druckversuch und dem Scherversuch hier nur zur Verdeutlichung der gemessenen Größen benutzt wird. Tatsächlich sind die Spannungskreise bei den beiden Messprinzipien unterschiedlich, und beim einachsigen Druckversuch ergeben sich in der Regel kleinere Druckfestigkeiten als beim Scherversuch [5, 8, 19, 21].

Die Tangente an den größten Mohrschen Spannungskreis, die durch den Koordinatenursprung geht, schließt mit der  $\sigma$ -Achse den effektiven Reibungswinkel  $\varphi_e$  ein. Sie heißt effektiver

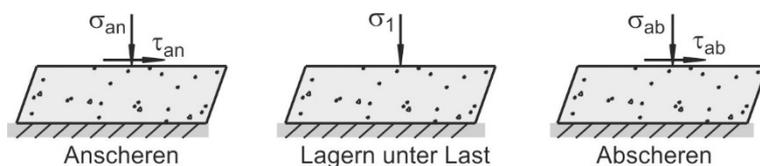
Fließort (gestrichelte Linie im Bild 14). Da der größte Mohrsche Spannungskreis Zustände stationären Fließens darstellt, ist  $\varphi_e$  ein Maß zur Beurteilung der inneren Reibung beim stationären Fließen. Dieser Winkel wird für die Siloauslegung nach der Methode von Jenike benötigt.

Weitere Parameter aus der Fließortmessung sind die Steigung  $\varphi_{lin}$  des als Gerade angenäherten (linearisierten) Fließortes sowie die Schüttgütdichte, die sich aus Masse und Volumen der verfestigten Schüttgutprobe ergibt [8].

Werden mehrere Fließorte bei unterschiedlichen Anschernormalspannungen  $\sigma_{an}$  gemessen, repräsentiert jeder Fließort einen anderen Verfestigungszustand und eine andere Schüttgütdichte, und auch die anderen Fließeigenschaften (Druckfestigkeit, innere Reibung,...) hängen in der Regel von der Spannung ab. Diese Größen lassen sich als Funktion der Verfestigungsspannung  $\sigma_1$  angeben, so wie es Bild 4 für die Druckfestigkeit und die Schüttgütdichte gezeigt ist.

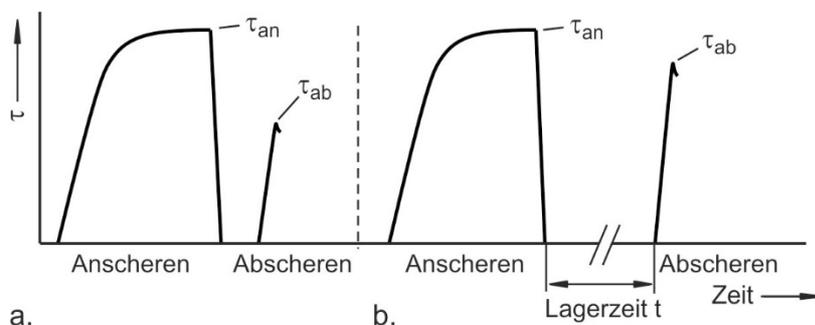
## 5.5 Zeitverfestigung

Der Effekt der Zeitverfestigung wurde im Abschnitt 4.2 erläutert. Die Messung der Zeitverfestigung mit dem Schergerät erfolgt ähnlich wie die Messung von Fließorten. Zuerst wird die Schüttgutprobe angeschernt (verfestigt). Nach dem Anschern wird die Schüttgutprobe bei der Zeitverfestigungsmessung in der Scherzelle für eine bestimmte Zeitspanne  $t$  (Verfestigungszeit; je nach Anwendung Stunden, Tage, Wochen) unter einer vertikal wirkenden Normalspannung  $\sigma_1$  gelagert (Bild 15). Diese Normalspannung ist die Verfestigungsspannung  $\sigma_1$  des zugehörigen Fließortes, der vor den Zeitverfestigungsmessungen gemessen wird. Diese Vorgehensweise stellt sicher, dass während der Verfestigungszeit die gleiche größte Hauptspannung (= Verfestigungsspannung  $\sigma_1$ ) auf die Schüttgutprobe wirkt wie beim Anschern.



**Bild 15:** Prinzip der Zeitverfestigungsmessung mit dem Schergerät

Nach Verstreichen der gewählten Lagerzeit  $t$  wird die Schüttgutprobe abgeschernt, wozu eine Normalspannung  $\sigma_{ab} < \sigma_1$  eingestellt wird. Wie beim Abschern ohne Zeitverfestigung wird man beim Abschern ein Maximum  $\tau_{ab}$  im Schubspannungsverlauf messen (Bild 16). Unterliegt das untersuchte Schüttgut tatsächlich einer Zeitverfestigung, so wird dieses Maximum nach einer Lagerzeit  $t$  eine größere maximale Schubspannung  $\tau_{ab}$  aufweisen als bei der Fließortmessung ohne Lagerzeit.

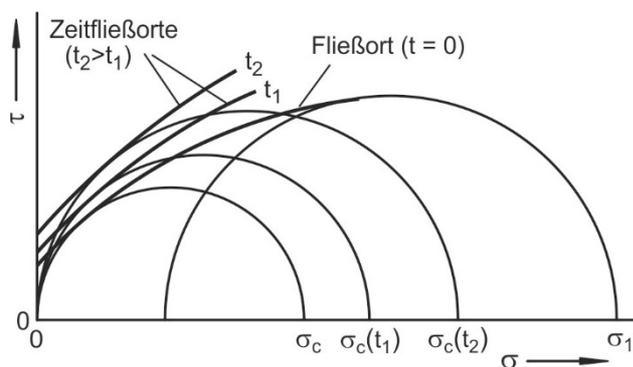


**Bild 16:** Schubspannung beim An- und Abschern, a: Fließortmessung, b: Zeitverfestigungsmessung

Die maximale Schubspannung  $\tau_{ab}$  ist ein Punkt einer Fließgrenze, die für die bei der Messung benutzte Lagerzeit gilt. Sie wird als Zeitfließort bezeichnet. Bild 17 zeigt zwei Zeitfließorte für zwei Lagerzeiten  $t_1$  und  $t_2$  und den dazugehörigen Fließort (der als Zeitfließort für die Lagerzeit  $t = 0$  betrachtet werden kann).

Mit diesen Messwerten kann man analog zum Fließort einen sogenannten Zeitfließort konstruieren, der – sofern das Schüttgut einer Zeitverfestigung unterliegt – gegenüber dem Fließort zu größeren Schubspannungen  $\tau$  verschoben ist und demnach eine größere Schüttgutfestigkeit  $\sigma_c$  liefert. Die Schüttgutfestigkeit  $\sigma_c$  wird genauso wie beim Fließort durch einen Spannungskreis ermittelt. Im Bild 17 sind die aus den Zeitfließorten gewonnenen Schüttgutfestigkeiten mit  $\sigma_c(t_1)$  und  $\sigma_c(t_2)$  entsprechend den unterschiedlichen Lagerzeiten  $t_1$  und  $t_2$  bezeichnet.

Zeitfließorte kann man bei unterschiedlichen Lagerzeiten messen. Jeder Zeitfließort gilt genau für eine Lagerzeit und eine Verfestigungsspannung. Nimmt die Schüttgutfestigkeit mit der Lagerzeit immer weiter zu, sind die Zeitfließorte umso weiter nach oben verschoben, desto länger die Lagerzeit  $t$  ist (s. Bild 17,  $t_2 > t_1$ ).

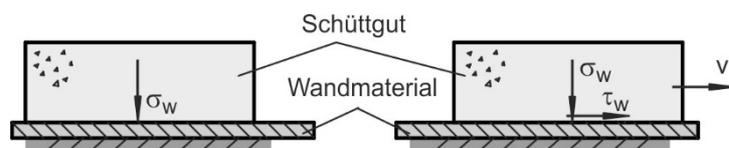


**Bild 17:** Fließort und Zeitfließorte

## 5.6 Wandreibung

Wandreibung ist die Reibung zwischen einem Schüttgut und einer Festkörperoberfläche (z.B. Wand eines Silos oder Trichters), die für die Trichter- und Siloauslegung wichtig ist. So wird die Wandreibung für die Festlegung der notwendigen Steilheit von Trichtern, Schurren, etc. benötigt. Bei Kenntnis des Wandreibungswinkels lässt sich z. B. entscheiden, ob das Polieren einer Oberfläche oder die Verwendung einer Auskleidung überhaupt nutzbringend ist. Auch für die Abschätzung der in einem Behälter wirkenden Spannungen und für die Silostatik ist die Kenntnis der Wandreibung erforderlich.

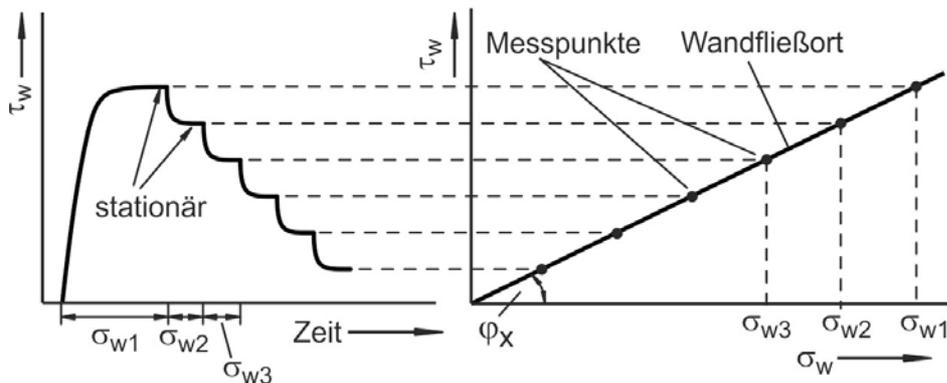
Die Messprozedur wird im Folgenden vereinfacht dargestellt. Sie entspricht im Prinzip der von Jenike für das Translationsschergerät vorgeschlagenen Vorgehensweise [4]. Den prinzipiellen Messaufbau zeigt Bild 18. Die Schüttgutprobe wird durch eine Normalspannung in vertikaler Richtung belastet. Die zwischen Schüttgut und Wandprobe wirkende Normalspannung heißt Wandnormalspannung  $\sigma_w$ .



**Bild 18:** Aufbau zum Messen der Wandreibung

Um die Wandreibung zu messen, wird das Schüttgut mit konstanter Geschwindigkeit  $v$  horizontal über die Wandoberfläche geschoben. Auch dieser Vorgang heißt „Scheren“. Die Schubspannung zwischen Schüttgut und Wandmaterialprobe wird gemessen.

Bei der üblichen Messprozedur wird die Wandreibung bei schrittweise reduzierter Wandnormalspannung gemessen [4, 7]. Daher wird mit der größten Wandnormalspannung begonnen ( $\sigma_{w,1}$  in Bild 19). Zu Beginn des Scherens steigt die Wandschubspannung  $\tau_w$  zunächst steil an. Mit der Zeit wird der Anstieg der Wandschubspannung  $\tau_w$  immer flacher, bis schließlich wie auch beim Anscheren einer Schüttgutprobe stationäres Fließen erreicht wird. Die stationäre Wandschubspannung  $\tau_w$  ist charakteristisch für die aufgebrauchte Wandnormalspannung  $\sigma_w$ .



**Bild 19:** Verlauf der Wandschubspannung bei der Wandreibungsmessung, Wandfließort im  $\sigma_w, \tau_w$ -Diagramm (hier: Spannungsunabhängiger Wandreibungswinkel, d.h., der Wandfließort ist Ursprungsgerade.)

Nach dem Erreichen des stationären Fließens wird die Wandnormalspannung reduziert, wodurch sich eine kleinere Wandschubspannung einstellt, die schließlich wieder konstant wird. Durch schrittweise Veränderung der Wandnormalspannung (Bild 19) werden so mehrere Punkte stationärer Wandreibung gemessen.

Die so ermittelten Wertepaare von Wandnormal- und Wandschubspannung beim stationären Fließen werden in einem  $\sigma_w, \tau_w$ -Diagramm aufgetragen (Bild 19, rechts). Durch die Messpunkte wird eine Gerade oder Kurve gelegt, die als Wandfließort bezeichnet wird.

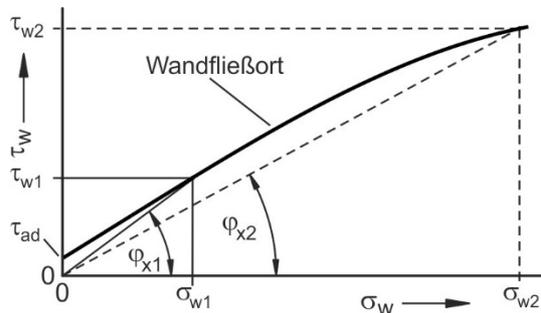
Der Wandfließort ist eine Fließgrenze wie der Fließort. Er beschreibt, welche Wandschubspannung  $\tau_w$  benötigt wird, um ein Schüttgut bei einer Wandnormalspannung  $\sigma_w$  kontinuierlich über eine Festkörperoberfläche zu schieben. Der Wandfließort beschreibt daher die Gleitreibung. Daher wäre die Bezeichnung „kinematischer Wandfließort“ genauer [7].

Für schüttguttechnische Anwendungen benutzt man meistens den Wandreibungswinkel  $\varphi_x$ , seltener den Wandreibungskoeffizienten  $\mu$  zur zahlenmäßigen Beschreibung der Wandreibung. Umso größer Wandreibungswinkel oder Wandreibungskoeffizient sind, desto größer ist die Wandreibung. Der Wandreibungskoeffizient  $\mu$  ist als Verhältnis von Wandschubspannung  $\tau_w$  zu Wandnormalspannung  $\sigma_w$  definiert. Der Wandreibungswinkel  $\varphi_x$  ist der Winkel, den eine Gerade durch den Koordinatenursprung und einen Punkt des Wandfließortes mit der  $\sigma_w$ -Achse einschließt.

Ist der Wandfließort eine Gerade durch den Koordinatenursprung (Bild 19, rechts), ist das Verhältnis von Wandschubspannung  $\tau_w$  zu Wandnormalspannung  $\sigma_w$  für jeden Punkt des Wandfließortes gleich. Damit ergibt sich für jeden Punkt des Wandfließortes der gleiche Wandreibungskoeffizient  $\mu$  bzw. der gleiche Wandreibungswinkel  $\varphi_x$ . In diesem Fall ist der Wandreibungswinkel unabhängig von der Wandnormalspannung.

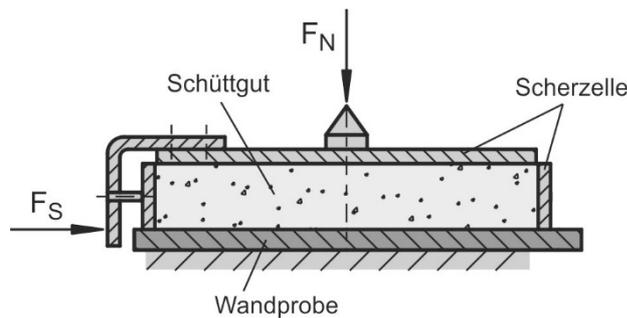
Der Wandfließort im Bild 20 ist gekrümmt und verläuft nicht durch den Koordinatenursprung. In diesem Fall findet man für unterschiedliche Punkte des Wandfließortes unterschiedliche Wandreibungskoeffizienten bzw. Wandreibungswinkel. Wandreibungskoeffizient und Wandreibungswinkel sind in diesem Fall von der Wandnormalspannung  $\sigma_w$  abhängig. Dies

zeigt Bild 20 an den unterschiedlichen Wandreibungswinkeln  $\varphi_{x1}$  und  $\varphi_{x2}$ , die sich für die Wandnormalspannungen  $\sigma_{w1}$  und  $\sigma_{w2}$  ergeben. Schneidet der Wandfließort die  $\tau$ -Achse bei  $\tau_{ad} > 0$ , neigt das Schüttgut aufgrund von Haftkräften zum Anhaften an der Wand (z. B. feuchter Lehm). Die Schubspannung  $\tau_{ad}$  am Schnittpunkt heißt Adhäsion.



**Bild 20:** Wandfließort bei spannungsabhängigem Wandreibungswinkel

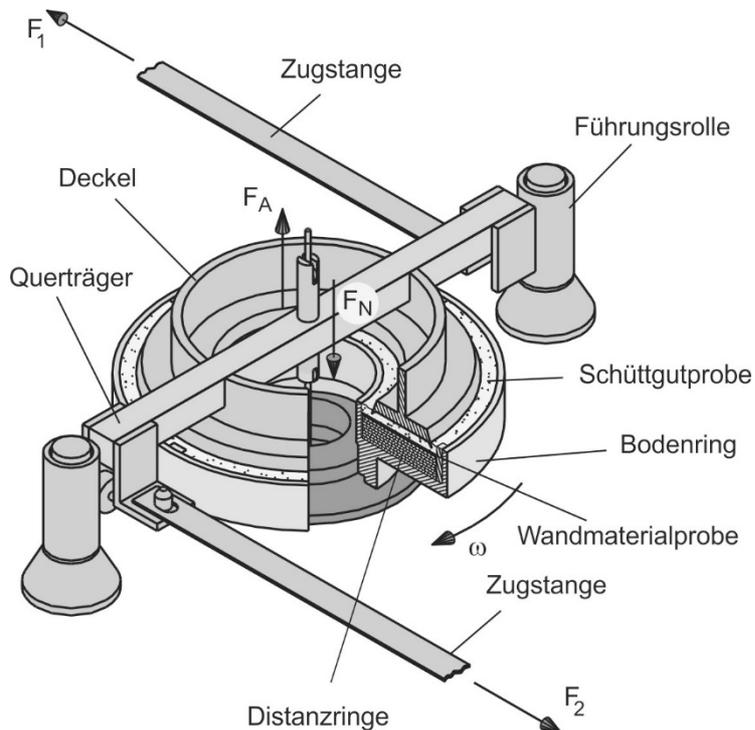
Die Wandreibung kann mit den oben beschriebenen Schergeräten gemessen werden. Den Aufbau beim Jenike-Schergerät zeigt Bild 21. Der Bodenring der Scherzelle wird durch eine Wandmaterialprobe (z.B. Edelstahlblech, beschichtetes Wandmaterial,...) ersetzt. Gemessen wird die Scherkraft  $F_S$  für verschiedene Normalkräfte  $F_N$  entsprechend der im Bild 19 gezeigten Prozedur.



**Bild 21:** Messen der Wandreibung mit einem Jenike-Schergerät [4]

Bild 22 zeigt die Wandreibungsmessung mit dem Ringschergerät RST-01.pc [8,-10, 13]. Der ringförmige Bodenring enthält die Wandmaterialprobe, über der sich die Schüttgutprobe befindet. Die Probe wird von oben mit dem Scherdeckel belastet. Außer der Ausführung von Bodenring und Scherdeckel entspricht der Aufbau der Scherzelle zum Messen von Fließorten (Abschnitt 5.3).

Zum Messen rotiert der Bodenring langsam in Richtung  $\omega$ , während der Deckel von den Zugstangen am Drehen gehindert wird. Der an seiner Unterseite raue Deckel hält die Schüttgutschicht fest, so dass sich eine Relativbewegung zwischen dem ruhenden Schüttgut und der rotierenden Wandmaterialprobe ergibt. Aus den gemessenen Kräften  $F_1$  und  $F_2$  wird die Schubspannung an der Wand  $\tau_w$  berechnet.



**Bild 22:** Messen der Wandreibung mit einem Ringschergerät (Ringschergerät RST-01.pc) [8–10, 13]

## 6 Zusammenfassung

Schüttgüter haben Fließgrenzen wie andere Materialien. Diese in der Schüttguttechnik als Fließorte bezeichneten Fließgrenzen, die sich in Schergeräten messen lassen, hängen von der vorangegangenen Verfestigung des Schüttgutes und gegebenenfalls von der Lagerzeit ab. Um ein Schüttgut zum Ausfließen z.B. aus einem Behälter zu bringen, muss diesem eine Spannung aufgeprägt werden, so dass der zugehörige Mohrsche Spannungskreis den zum aktuellen Verfestigungszustand des Schüttgutes gehörigen Fließort berührt.

Die aus den gemessenen Fließorten abzulesenden Fließeigenschaften sind physikalisch klar definierte Größen. Die für die Auslegung von Lager- und Fördersystemen wesentlichen Fließeigenschaften sind neben der Schüttgutdichte die Schüttgutfestigkeit (in Abhängigkeit von Verfestigungsspannung und Lagerzeit) und der Wandreibungswinkel.

## 7 Literatur

- [1] Kwade, A.; Schulze, D.; Schwedes, J.: Die direkte Messung des Horizontallastverhältnisses, *Beton- und Stahlbetonbau*, 89 (1994) 3, S. 58-63 und 89 (1994) 4, S. 117-119
- [2] Molerus, O.: *Schüttgutmechanik*, Springer Verlag Berlin Heidelberg New York Tokyo (1985)
- [3] Tomas, J., Schubert, H.: Fließverhalten von feuchten Schüttgütern, *Aufbereitungstechnik* (1985) 7, S. 399-404
- [4] Jenike, A.W.: *Storage and Flow of Solids*, Bull. No. 123, Engng. Exp. Station, Univ. Utah, Salt Lake City (1964)
- [5] Schwedes, J., Schulze, D.: Measurement of flow properties of bulk solids, *Powder Technology*, 61 (1990), S. 59-68
- [6] Schwedes, J.: *Fließverhalten von Schüttgütern in Bunkern*, Verlag Chemie, Weinheim (1968)
- [7] The Institution of Chemical Engineers (Eds.): *Standard shear testing technique for particulate solids using the Jenike shear cell* (1989)
- [8] Schulze, D.: *Pulver und Schüttgüter – Fließeigenschaften und Handhabung*, 4. Aufl., Springer Verlag (2019)
- [9] Schulze, D.: Development and application of a novel ring shear tester, *Aufbereitungstechnik* 35 (1994) 10, S. 524–535
- [10] Schulze, D.: A new ring shear tester for flowability and time consolidation measurements, *Proc. 1st International Particle Technology Forum*, August 1994, Denver, Colorado, USA, S. 11–16
- [11] Schulze, D.: Appropriate devices for the measurement of flow properties for silo design and quality control, *PARTEC 95, Preprints „3rd Europ. Symp. Storage and Flow of Particulate Solids“*, 21.–23.3.95, Nürnberg, S. 45–56
- [12] Schulze, D.: Flowability and time consolidation measurements using a ring shear tester, *Powder Handling & Processing* 8 (1996) 3, S. 221–226
- [13] ASTM Standard D6773: *Standard Shear Test Method for Bulk Solids Using the Schulze Ring Shear Tester* (2002)
- [14] Hvorslev, M.J.: Über die Festigkeitseigenschaften gestörter bindiger Böden, *Ingeniørvidenskabelige Skrifter A*, Nr. 45 (1939)
- [15] Carr, J.F., Walker, D.M.: An annular shear cell for granular materials, *Powder Technology* 1 (1967/68), S. 369–373
- [16] Gebhard, H.: Scherversuche an leicht verdichteten Schüttgütern unter besonderer Berücksichtigung des Verformungsverhaltens, *Diss. Univ. Karlsruhe* (1982)
- [17] Münz, G.: Entwicklung eines Ringschergerätes zur Messung der Fließeigenschaften von Schüttgütern und Bestimmung des Einflusses der Teilchengrößenverteilung auf die Fließeigenschaften kohäsiver Kalksteinpulver, *Diss. Univ. Karlsruhe* (1976)
- [18] Behres, M., Klasen, C.-J., Schulze, D.: Entwicklung einer Scherzelle zur Messung der Wandreibung von Schüttgütern mit einem Ringschergerät, *Schüttgut* 4 (1998) 4, S. 467-472
- [19] Schulze, D.: Zur Fließfähigkeit von Schüttgütern – Definition und Meßverfahren, *Chem.-Ing.-Techn.* 67 (1995) 1, pp. 60–68
- [20] Schulze, D.: Round Robin Test on Ring Shear Testers, *Advanced Powder Technology* 22 (2011) 2, pp. 197–202
- [21] Schulze, D.: The measurement of the flowability of bulk solids. In: Brown CJ, Nielsen J (Eds.) *Silos – Fundamentals of theory, behaviour and design*. E & FN Spon, London und New York (1998), pp. 18–52